

Runden Sie in den Aufgaben alle Zahlen auf zwei Nachkommastellen genau.

**Aufgabe 1** (8 P gesamt)

Ordnen Sie den konkreten Bezeichnungen in den Zeilen jeweils passende statistische Begrifflichkeiten in den Spalten durch Ankreuzen zu. Es können in jeder Spalte und Zeile mehrere Kreuze oder auch kein Kreuz gesetzt werden. Die Spalten unter „Variable ist“ sollten nur in den Zeilen ein Kreuz erhalten, in denen Sie auch „Merkmal/Variable“ angekreuzt haben.

							Merkmal ist...		
	Grundgesamtheit	Stichprobe	Merkmalsträger	Merkmal / Variable	Messwert	Merkmalsaussprägung /	nominalskaliert	ordinalskaliert	metrisch skaliert
Ein Student	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Alle Studenten der Hochschule	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Haarfarbe	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Blond	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Gut (=2)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Alle Gymnasiasten in Mönchengladbach	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Eine Gymnasiastin	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Note in Geschichte	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Note in Physik	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Mehrere Gymnasiasten von zwei zufällig ausgesuchten Schulen	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ein Gewerbebetrieb mit Internet-Anschluss in Kaarst	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Alle Gewerbebetriebe mit Internet-Anschluss in Kaarst	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Monatlich Verbrauchte Datenmenge der Internet-Anschlussleitung	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10 GB pro Monat	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
100 GB pro Monat	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
30 ausgewählte Gewerbebetriebe mit Internetanschluss in Kaarst	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**Aufgabe 2** (25 P gesamt)

Zwei Pärchen, also vier Personen, spielen Doppelkopf. Alle sind berufstätig. Sie sind eng befreundet und unterhalten sich über ihre Jahresgehälter.

Die Jahresgehälter sind:

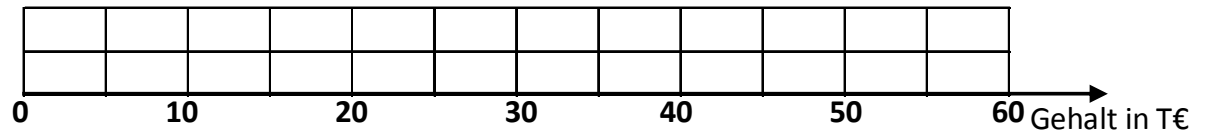
Person	Hans	Kurt	Maria	Jana
Jahresgehalt in €	42.000	36.000	56.000	9.000

2a) Berechnen Sie die folgenden neun statistischen Kennzahlen für das Jahreseinkommen (20 P):

Mittelwert $\bar{x}_1$ ,	Formel und Berechnung:
	Wert:
Modus	
Median	Formel und/oder Berechnung:
	Wert:
erstes Quartil Q1	Berechnung:
	Wert:
drittes Quartil Q3	Berechnung:
	Wert:
ZQA	Wert:
Spannweite	Wert:
Varianz (Stichprobe)	Formel:
	Wert:
Standardabweichung $s_1$ (Stichprobe)	Formel:
	Wert:

Noch Aufgabe 2.

2b) Zeichnen Sie einen Boxplot für die Gehälter. Denken Sie an das Einzeichnen der Spannweite, des ZQA und auch des Mittelwertes als Sternchen. (5 P)



**Aufgabe 3** (zweidimensionale deskriptive Statistik) (23 P gesamt)

In der ZEIT vom 02.01.2014 findet man für die großen drei Automobilfirmen folgende Zahlen zum Absatz für den Zeitraum Januar bis September 2013 (gerundet):

Hersteller	Toyota	Volkswagen	General Motors
Umsatz in Mrd. €	143	145	87
Gewinn in Mrd. €	14	9	4

Sie können für Rechnungen die Rückseiten nutzen, Kennzeichnen die die Zugehörigkeit zur Aufgabe.

3a) Berechnen Sie den Zusammenhang Pearsons  $r$  zwischen den Merkmalen X (Umsatz) und Y (Gewinn). Geben Sie die Formel an. (Tipp: erstellen Sie eine Tabelle mit  $i$ ,  $x_i$ ,  $y_i$ ,  $x_i - \bar{x}$ , etc...) (6P)

*Formel:*

*Ergebnis  $r=$*

*Ist das ein schwacher, mittlerer oder starker Zusammenhang?*

*Der Zusammenhang ist:*

3b) Sie vermuten, dass der Umsatz eine Ursache für den Gewinn ist. Wie stark beeinflusst der Umsatz den Gewinn, zur wieviel Prozent hängt der Gewinn vom Umsatz ab? (2P)

*Formel:*

*Ergebnis:*

### Noch Aufgabe 3

3c) Regression: Bestimmen Sie für die Formel  $y=a+bx$ , mit der Sie eine Ausgleichsgerade / Regressionsgerade für die Daten zeichnen können. Berechnen Sie die Steigung  $b$  und den Achsenabschnitt  $a$ . (Tipp: verwenden Sie die Tabelle mit  $i$ ,  $x_i$ ,  $y_i$ ,  $x_i - \bar{x}$ , etc... für  $b$ , berechnen Sie  $a$  aus der Geradengleichung für die Mittelwerte) (7 P)

Formel Steigung  $b$ :

Ergebnis Steigung  $b$ :

Formel Achsenabschnitt  $a$ :

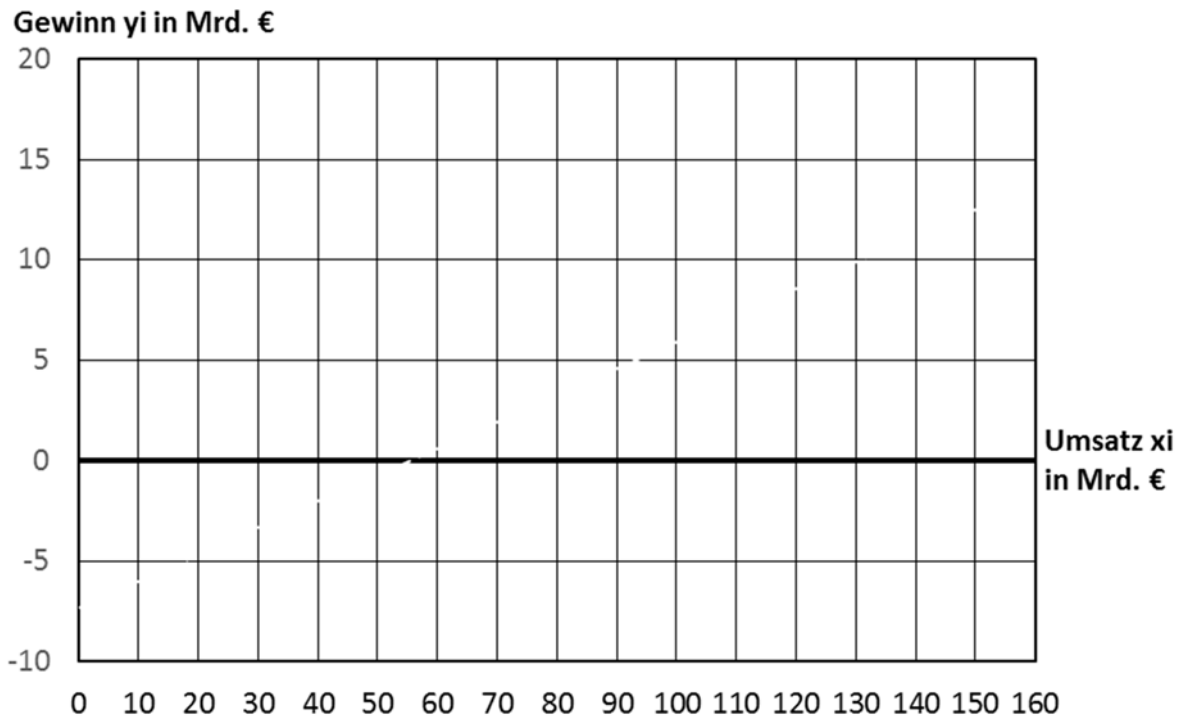
Ergebnis Achsenabschnitt  $a$ :

3d) Berechnen Sie mit der Formel für die Ausgleichsgerade / Regressionsgerade (also mit  $a$  und  $b$ ) den erwarteten Gewinn, wenn der Umsatz 160 Mrd. € beträgt.

Formel / Rechnung:

Erwarteter Gewinn:

3e) Zeichnen Sie die Merkmalsausprägungen in das vorbereitete Diagramm. Zeichnen Sie auch die Ausgleichsgerade / Regressionsgerade in das Diagramm. (4 P)



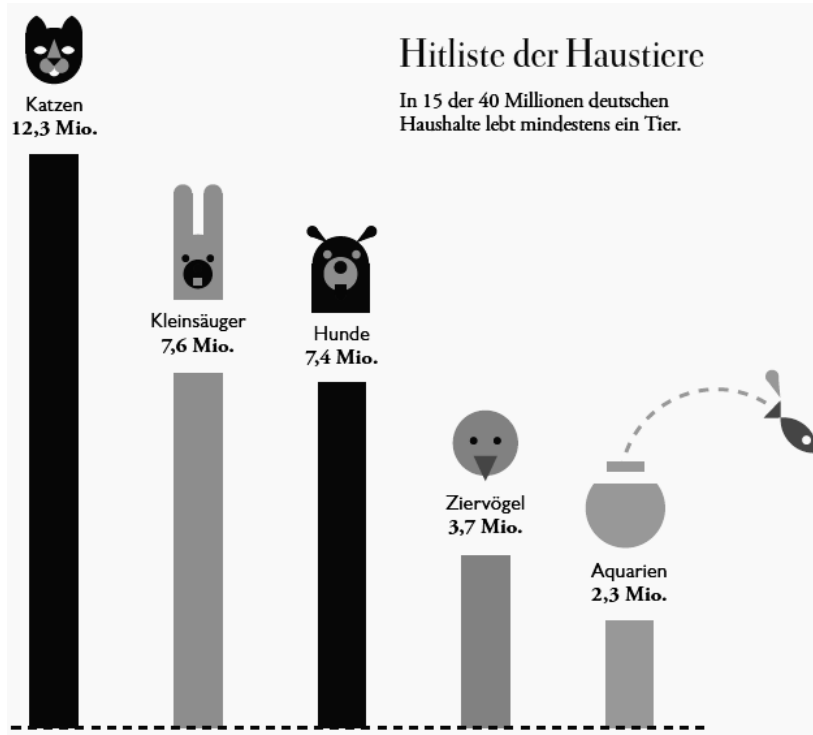
3f) Wenn Sie keine metrischen Merkmale, sondern nominalskalierte Merkmale betrachten, können Sie den Zusammenhang nicht mit Pearsons  $r$  berechnen. Nennen Sie ein für nominal skalierte Merkmale geeignetes Zusammenhangsmaß und geben Sie die Formeln dafür an. (2P)

Name des Maßes:

Formel:

#### Aufgabe 4 (Konzentration) (9 P gesamt)

Haustiere bewirken in Deutschland erhebliche Umsätze, daher ist ihre Anzahl und ihre Verteilung interessant. Aus der ZEIT vom 02.01.2014 stammt die Statistik über die Anzahl von Haustieren:



Es sollen nun die Konzentrationen von Haustiergruppen berechnet werden.

- a) Berechnen Sie die absolute Konzentration des ersten Merkmalsträgers Katzen.

Ergebnis  $C_1 =$

- b) Berechnen Sie die absolute Konzentration der Säugetiere (Vögel und Fische / Aquarien sind keine Säugetiere, Katzen, Kleinsäuger, Hunde sind Säugetiere.)

Ergebnis =

- c) Berechnen Sie den Herfindahl-Index für die Haustiergruppen, geben Sie die Formel an.

Formel  $C_{\text{Herfindahl}} =$

Ergebnis  $C_{\text{Herfindahl}} =$

(Anmerkung: bis hierhin könnten Sie schon 65 Punkte erreicht haben. Arbeiten Sie entspannt weiter...)

**Aufgabe 5 (Wahrscheinlichkeitsrechnung) (7 P gesamt)**

Sie haben ideale Münzen (das sind Münzen, die nicht auf einer Kante stehen bleiben...). Die Münzen sind auf der einen Seite mit „1“ (entspricht Zahl) und auf der anderen Seite mit „0“ (entspricht Kopf) beschriftet.

5a) Zunächst werfen Sie nur eine Münze. Sie können als Antwort Brüche angeben. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei einem Münzwurf mit einer Münze....(3 P)

... eine 1 zu würfeln?	Ihre Antwort:
... eine 1 und gleichzeitig eine 0 zu würfeln?	Ihre Antwort:
... eine 1 oder eine 0 werfen?	Ihre Antwort:

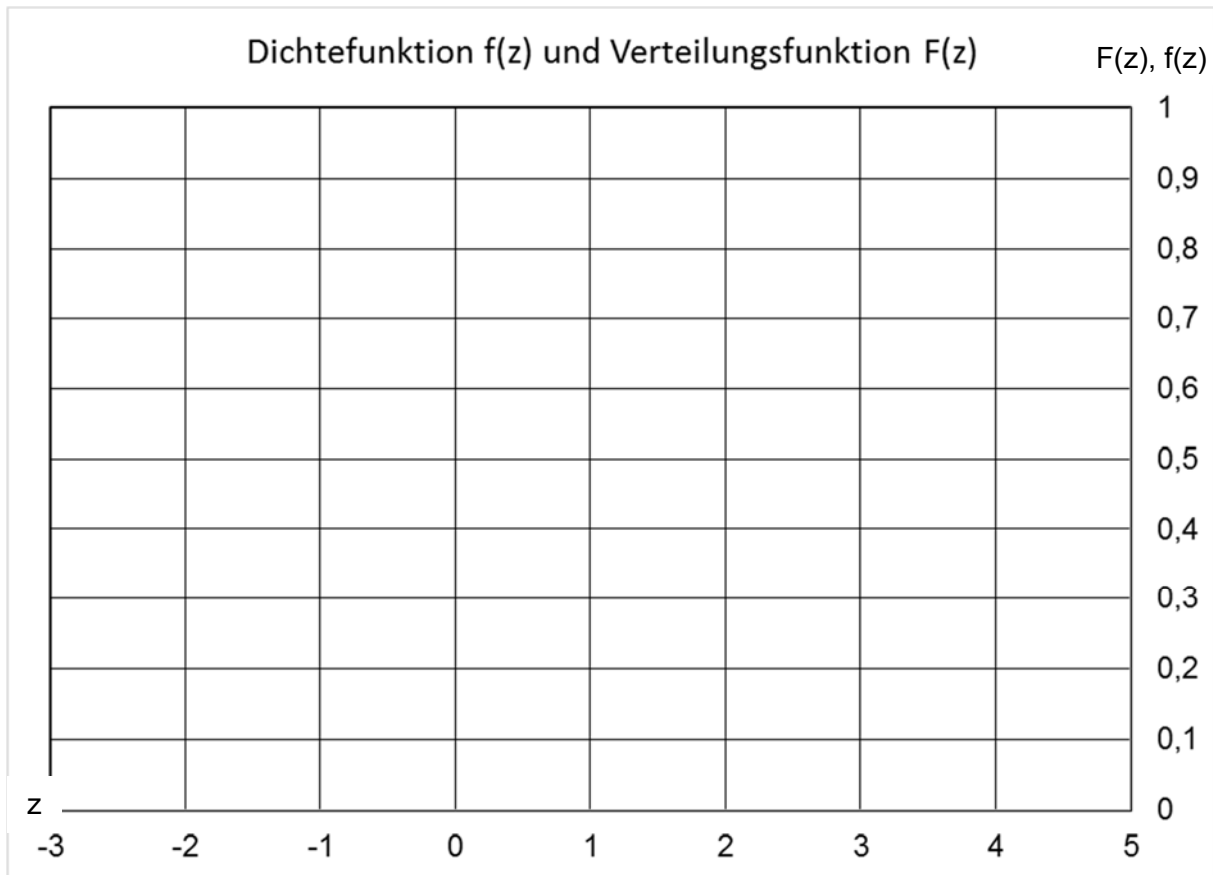
5b) Dann werfen Sie mehrmals eine Münze oder mehrere Münzen gleichzeitig. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, ....(4 P)

... in zwei aufeinanderfolgenden Würfeln jeweils eine 1 zu werfen?	Ihre Antwort:
... mit zwei Münzen gleichzeitig in einem Wurf zwei mal 1 zu werfen?	Ihre Antwort:
... mit zwei Münzen gleichzeitig in einem Wurf mindestens eine 1 dabei zu haben?	Ihre Antwort:
... mit drei Münzen in einem Wurf die Summe 2 zu werfen?	Ihre Antwort:



**Aufgabe 6 (Wahrscheinlichkeitsrechnung) (5 Punkte)**

Zeichnen Sie in das folgende vorbereitete Diagramm sowohl die Dichtefunktion der Standardnormalverteilung als auch die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung. (in etwa, es kommt nicht auf Millimeter an, sondern auf die Lage einiger besonderer Punkte wie Wendepunkte und Minima / Maxima).



**Aufgabe 7 (Kombinatorik) (11 P gesamt)**

7a) Sie wollen mit vier weiteren Kommilitonen, also gesamt fünf Personen, eine Eventagentur (GmbH) eröffnen. Sie müssen für die fünf Personen Aufgabenbereiche festlegen. Manche Aufgabenbereiche lösen Sie aus.

Bestimmen Sie die folgenden Anzahlen der Möglichkeiten:

Wie viele unterschiedliche Möglichkeiten gibt es, aus 5 Personen den Geschäftsführer auszulosen?	Formel / Berechnung:  Ergebnis(Anzahl Möglichkeiten):
Wie viele Möglichkeiten gibt es, 2 unterschiedliche Funktionsträger aus 5 Kommilitonen auszulosen, wenn zuerst eine Person für den Vertriebsleiterposten und dann eine Person als Marketingexperte ausgelost werden?	Formel / Berechnung:  Ergebnis (Anzahl Möglichkeiten):
Morgens kommen die 5 Personen zu unterschiedlichen Zeiten in die Firma. Wie viele unterschiedliche Reihenfolgen gibt es, in der die Personen ankommen können.	Formel / Berechnung:  Ergebnis (Anzahl der Möglichkeiten):

7b) Wissens- und Verständnisfrage: Ihr Sportverein hat 3000 Mitglieder. Zur Jahreshauptversammlung kommen 200 Mitglieder, also ein kleiner Teil der Mitglieder insgesamt. Es kommen immer zufällig Mitglieder. Wie viele unterschiedliche Möglichkeiten gibt es, dass 200 Mitglieder aus 3000 zur Jahreshauptversammlung kommen?

Formel:

Welche Probleme könnte es geben, wenn Sie das konkret ausrechnen wollen?  
(Möglichst ein Satz)

**Aufgabe 8 (Wahrscheinlichkeitsrechnung und diskrete Verteilungen) (11 P gesamt)**

Sie haben eine Schmuckkiste mit 10 Ohrringen. Alle Ohrringe haben die gleiche Form. Alle Ohrringe haben einen farbigen Edelstein.

4 Ohrringe sind grün.

4 Ohrringe sind blau.

2 Ohrringe sind rot.

Sie greifen blind in die Kiste und ziehen Ohrringe.

8a) Sie ziehen genau einen Ohrring. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Ohrring grün ist? (1 P)

Antwort: Wahrscheinlichkeit  $P_1 =$

8b) Sie ziehen einen Ohrring, notieren die Farbe, legen ihn zurück, mischen, ziehen noch einmal und notieren wieder die Farbe. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie zweimal einen grünen Ohrring gezogen haben? (1 P)

Antwort: Wahrscheinlichkeit  $P_{\text{mit zurücklegen}} =$

8c) Sie ziehen nacheinander zwei Ohrringe, ohne den ersten zurückzulegen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie zwei grüne Ohrringe gezogen haben? (1 P)

Antwort: Wahrscheinlichkeit  $P_{\text{ohne zurücklegen}} =$

8d) Sie ziehen nacheinander vier Ohrringe ohne Zurücklegen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie zwei grüne Ohrringe gezogen haben? Geben Sie die Formel an, mit der Sie rechnen. Die Rechnung können Sie auf einer Rückseite durchführen. (8 P)

Formel:

Antwort: Wahrscheinlichkeit  $P =$

### Aufgabe 9 (induktive Statistik) (11 P gesamt)

Sie wollen mit einer Stichprobe herausfinden, wie groß das durchschnittliche Jahresgehalt von Menschen ist, die Doppelkopf spielen. Als Stichprobe nehmen Sie die Doppelkopfrunde aus Aufgabe 2. Die Zahlen sind hier nur noch einmal wiederholt:

Person	Hans	Kurt	Maria	Jana
Jahresgehalt in €	42.000	36.000	56.000	9.000

Rechnungen können Sie auf Blattrückseiten durchführen.

9a) Wie groß ist der Erwartungswert für das Jahresgehalt? (1 P)

Antwort: Erwartungswert  $E(X)=$

9b) Sie können nicht sicher sein, dass bei Ihrer kleinen Stichprobe der wahre Mittelwert des Gehaltes  $\mu$  genau diesen Wert hat. Sie wissen aber aus anderen Untersuchungen, dass die Grundgesamtheit für alle Doppelkopfspieler normalverteilt ist.

Sie wollen nun einen Bereich für das Gehalt angeben, in dem der wahre Mittelwert mit einer Wahrscheinlichkeit von 80% liegen wird. (7 P)

Student-t-Tabelle oder Standardnormalverteilungstabelle?

Antwort:

Formel für die untere Intervallgrenze:

Unterer Wert des Intervalls:

Formel für die obere Intervallgrenze:

Oberer Wert des Intervalls:

9c) Verständnisfrage: Wie berechnet man die Standardabweichung des Mittelwertes  $s_M$  und was gibt sie anschaulich an (ein kurzer Satz)? (3 P)

Formel  $s_M=$

Anschauliche Bedeutung:

**Aufgabe 10 (induktive Statistik) (10 P gesamt)**

Sie lernen zwei andere Doppelkopfrunden kennen (also 8 Personen). Das Durchschnittseinkommen in den beiden anderen Doppelkopfrunden beträgt  $\bar{x}_2 = 41.000$  €, die Standardabweichung ist  $s_2 = 1000$  €. Das unterscheidet sich von Ihrer Erhebung mit 4 Personen mit  $\bar{x}_1, s_1$  aus Aufgabe 2 und Sie wollen wissen, ob der Unterschied auf einem Signifikanzniveau von  $\alpha=20\%$  zufällig ist oder nicht. Sie zweifeln an der Zufälligkeit.

**10a)** Formulieren Sie die Nullhypothese und die Gegenhypothese, möglichst als Formel: (2 P)

$H_0$	
$H_1$	

**10b)** Schätzen Sie auf  $\alpha=20\%$  Niveau ab, ob Ihre Zweifel berechtigt sind. (5 + 3 P)  
Die Rechnung können Sie auf einer Rückseite durchführen

<i>Formel für die Teststatistik / Prüfgröße:</i>	<i>Formel:</i>
<i>Konkreter Wert für die Teststatistik / Prüfgröße aus Ihren Daten</i>	<i>Wert:</i>
<i>Vergleichswert aus der Tabelle</i>	<i>Student-t-Tabelle oder Standardnormalverteilungstabelle?</i> <i>Antwort:</i>
	<i>Wert:</i>

*Wie stellen Sie nun fest, ob Sie die Nullhypothese ablehnen können?*  
*Antwort:*

*Nun Ihr Ergebnis, bitte ankreuzen:*

- Die Jahresgehälter unterscheiden sich.*
- Die Jahresgehälter sind nur zufällig unterschiedlich.*
- Die Nullhypothese wird verworfen.*
- Die Nullhypothese wird beibehalten.*